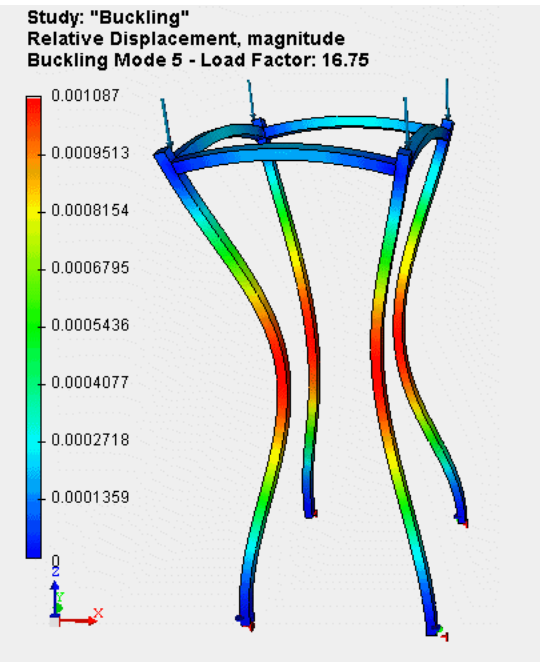
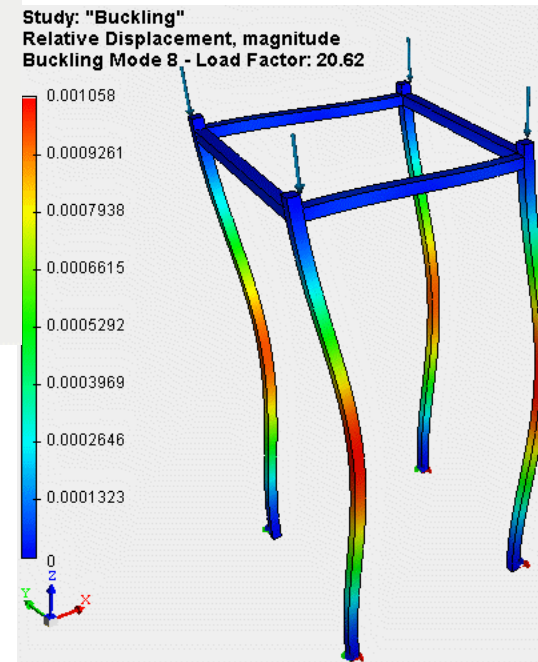
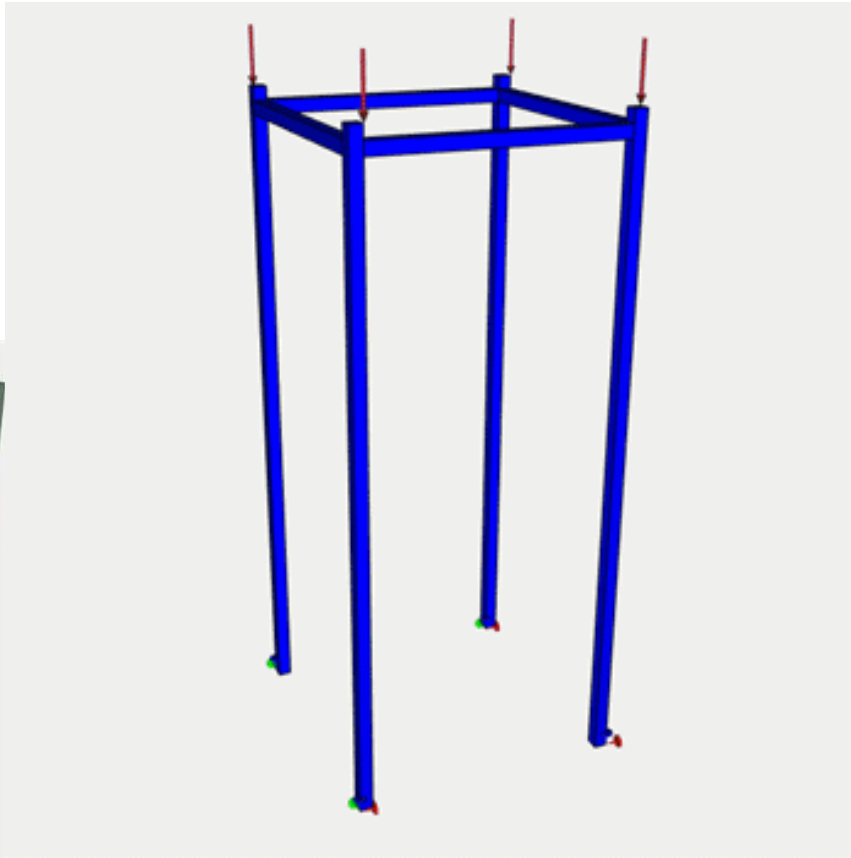


MECÂNICA E ESTRUTURAS GEODÉSICAS II

FLAMBAGEM

PROF. DR. CARLOS AURÉLIO NADL

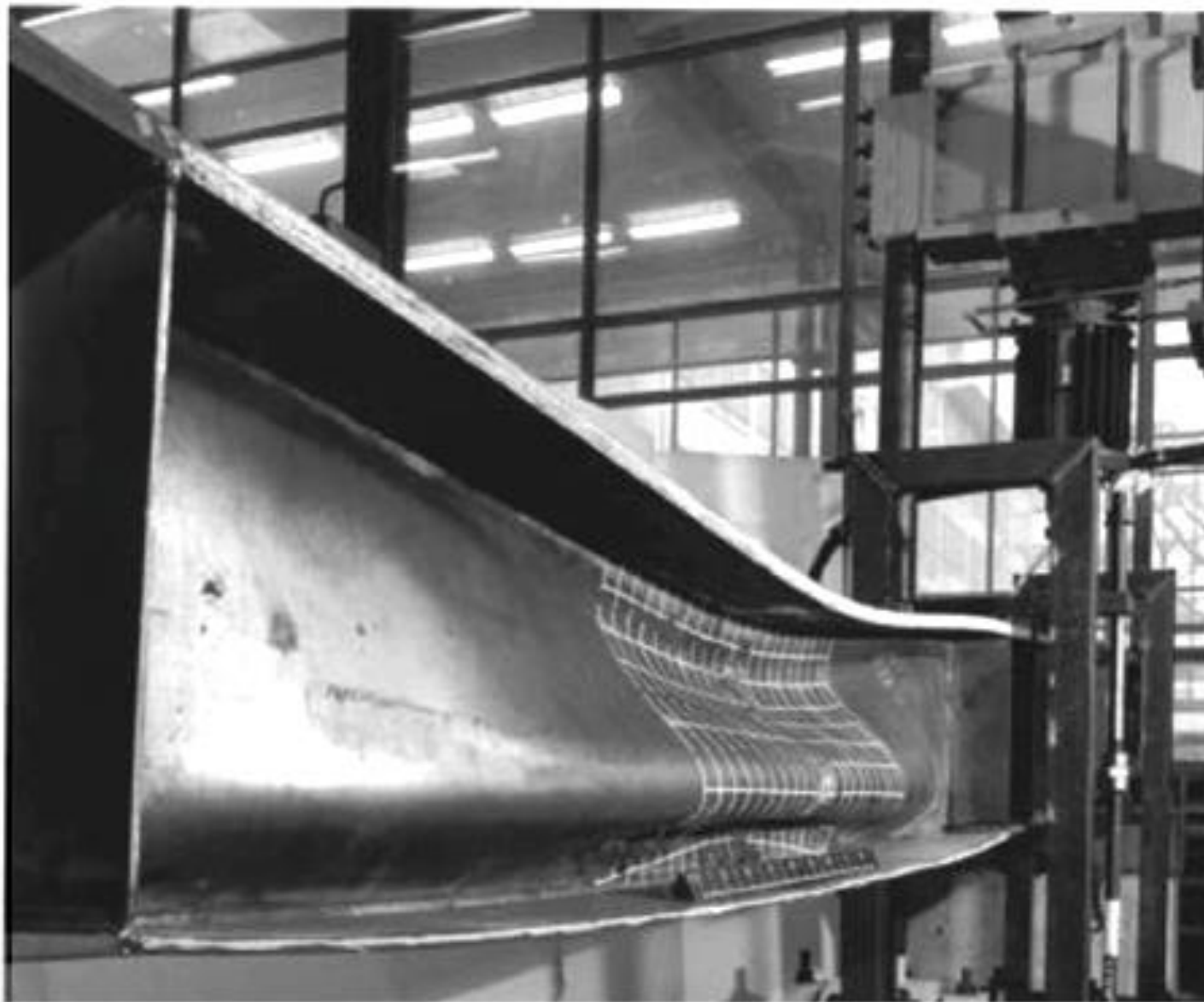
Buckling = FLAMBAGEM



FONTE:AutoFEM Buckling Analysis



Flambagem em trilho ferroviário (tala de junção)



Ensaio em laboratório de flambagem vertical em viga

Fonte: J. Braz. Soc. Mech. Sci. vol.23 no.4 Rio de Janeiro 2001



Acidentes ocasionados por flambagem



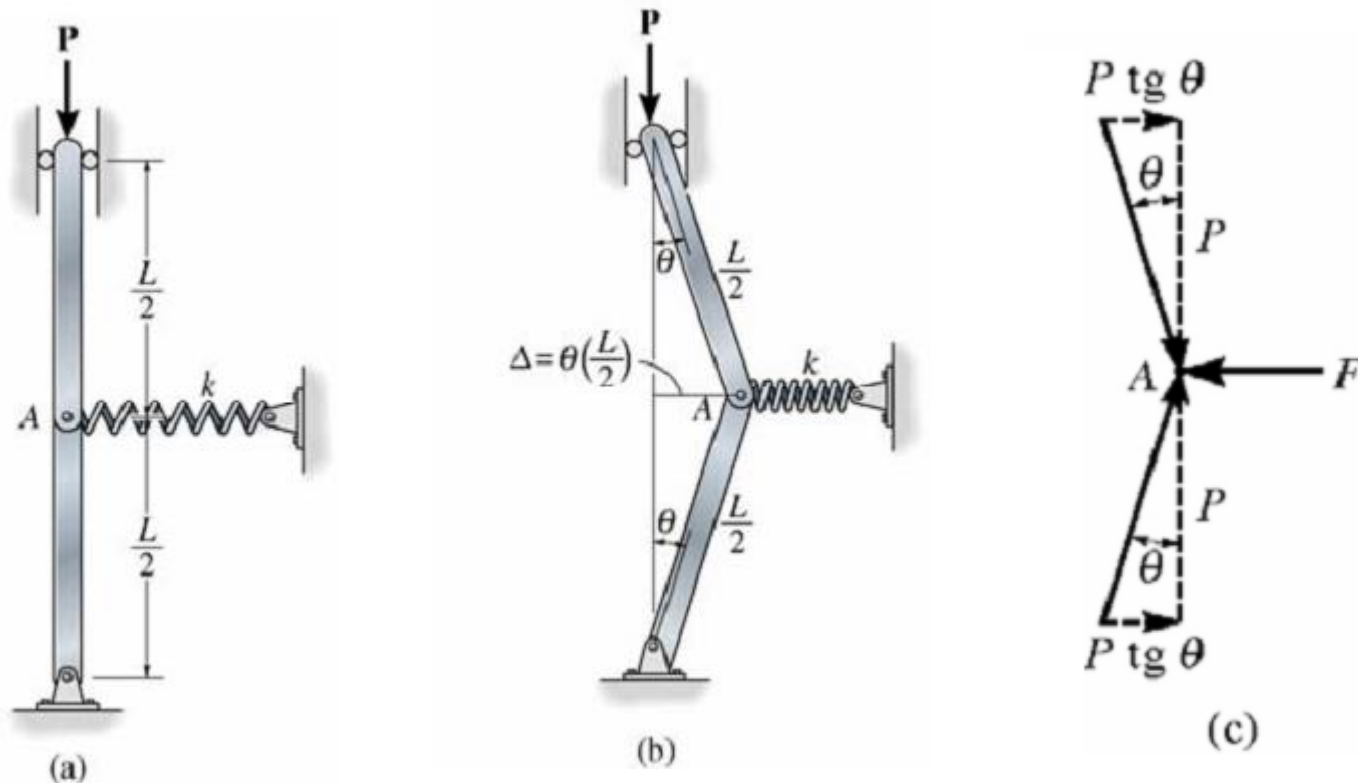
Flambagem em tanques cilíndricos



CARGA CRÍTICA (P_{CR})

É a carga axial máxima que uma coluna pode suportar antes de ocorrer a flambagem.

Considere o mecanismo a seguir formado por duas barras sem peso, rígidas e acopladas por pinos em suas extremidades



- (a) Mola com rigidez k sem deformação
- (b) Deslocamento (Δ) do pino em A
- (c) Diagrama de corpo livre.

TIPOS DE EQUILÍBRIO

Equilíbrio estável Equilíbrio estável

Equilíbrio Instável

Equilíbrio Neutro - Carga Crítica

$$P < \frac{kl}{4}$$

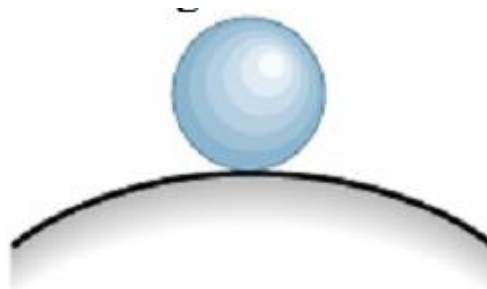
$$P > \frac{kl}{4}$$

$$P = \frac{kl}{4}$$

As três condições de equilíbrio representadas são similares àquelas de uma bola colocada sobre uma superfície lisa,



estável



instável



neutro

PEÇAS SUJEITAS A FLAMBAGEM

Função do comprimento da peça (reduzido se a altura for pequena).

Quanto maior for a espessura da peça comprimida, menor a tendência a flambar.

Quanto mais flexível for o material (menor E), mais fácil é a ocorrência da flambagem.

Leonhard Euler (1744) a primeira formulação de uma quantificação do limite que se pode colocar uma peça comprimida, para que ela não flambe.

Definições

Coluna: elementos estruturais compridos e esbeltos, sujeitos a uma força de compressão axial

coluna ideal: é uma coluna perfeitamente reta antes da carga. A carga é aplicada no centroide da seção transversal.

Flambagem: A deflexão lateral que ocorre na coluna

Carga crítica: carga axial máxima que uma coluna pode suportar quando está na iminência de sofrer flambagem P_{cr}



$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = M = -Py$$

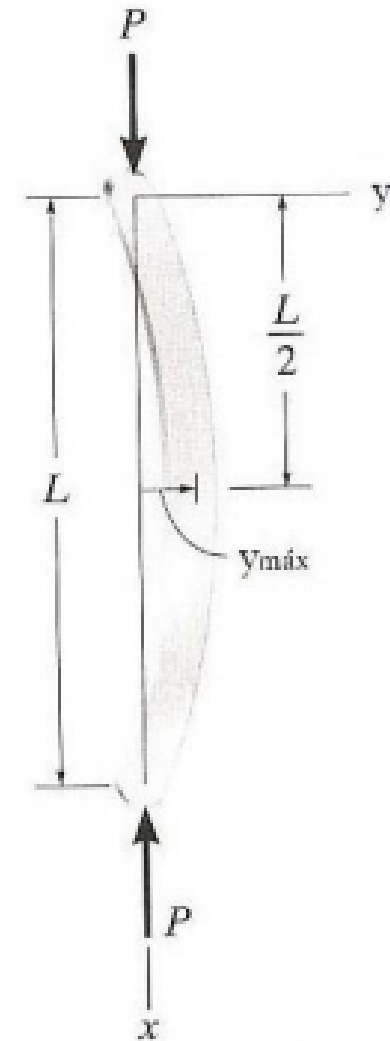
$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \left(\frac{P}{EI} \right) y = 0$$

Essa equação diferencial linear homogênea de segunda ordem com coeficientes constantes de solução geral é:

$$y = C_1 \operatorname{sen} \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x \right) + C_2 \cos \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x \right)$$

Condições de contorno: $y=0$ em $x=0$, $C_2=0$ e $y=0$ em $x=L$:

$$0 = C_1 \operatorname{sen} \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} L \right)$$



$$0 = C_1 \operatorname{sen}\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}L\right)$$

$$C_1 = 0 \rightarrow y = 0$$

$$\operatorname{sen}\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}L\right) = 0$$

$$\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}L\right) = n\pi$$

$$P = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

O menor valor de P é obtido com $n=1$, de modo que a carga crítica é:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

Tensão de flambagem $\sigma = \frac{P}{A}$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$
$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(L/i)^2}$$



$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E (Ai^2)}{L^2}$$

$$\left(\frac{P}{A} \right)_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(L/i)^2}$$

$P_{cr} \rightarrow$ carga crítica ou carga axial

$\sigma_{cr} \rightarrow$ tensão crítica

$E \rightarrow$ módulo de elasticidade para o material

$I \rightarrow$ menor momento de inércia para a área da seção transversal

$L \rightarrow$ comprimento da coluna sem apoio

$i \rightarrow$ menor raio de giração da coluna $i = \sqrt{\frac{I}{A}}$

$\lambda = L/i \rightarrow$ índice de esbeltez – medida da flexibilidade da coluna

A flambagem ocorrerá em torno do eixo principal da seção transversal que tenha o menor momento de inércia (o eixo menos resistente).

No pilar representado na figura ao lado, a flambagem ocorrerá em torno do eixo a-a e não do eixo b-b

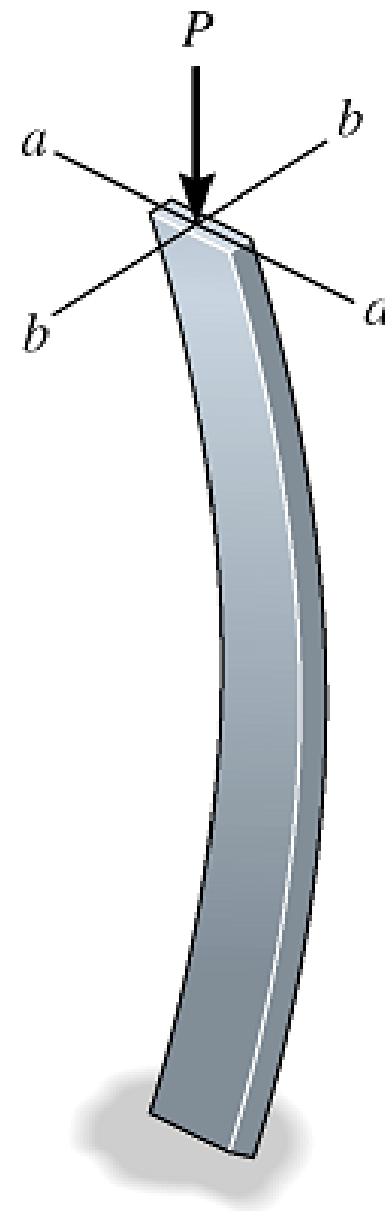
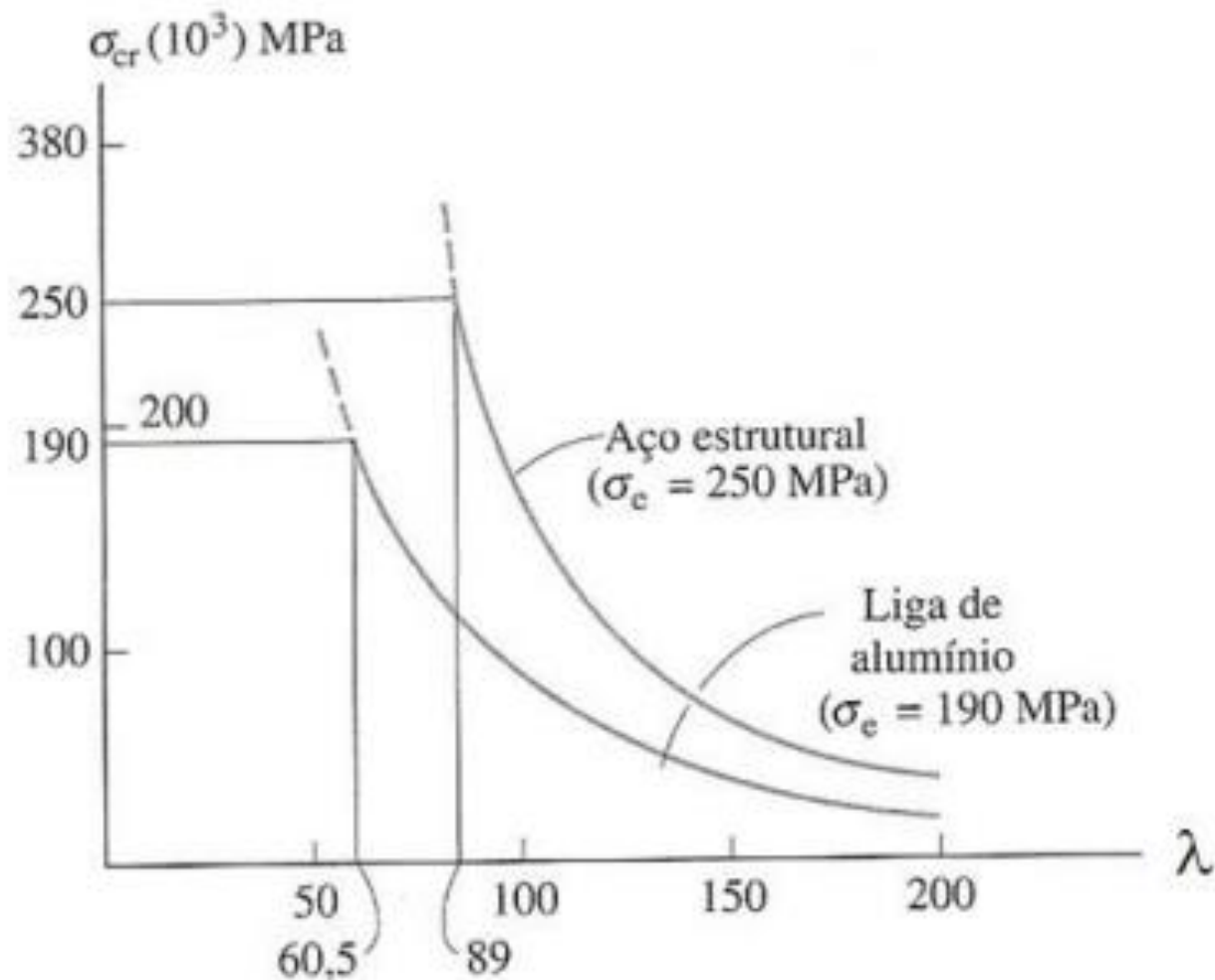


Gráfico Tensão crítica x λ

$$\left(\frac{P}{A}\right)_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$



EXERCÍCIO

Um tubo de aço A-36 sem costura com diâmetro nominal de 33,4mm com 5,0 m de comprimento com 4,6mm de espessura será utilizado estruturalmente como pilar, afixado estruturalmente por pinos de aço. Determine a carga axial máxima admissível com a qual a coluna pode sofrer flambagem.

Sendo módulo de elasticidade $E = 210 \text{ GPa}$

Tensão de escoamento $\sigma_e = 250 \text{ MPa}$

1) Cálculo do menor momento de inércia da seção transversal

$$d = D - e \quad \rightarrow$$

$$d = 0,0334 - 0,0046$$

$$I = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64}$$

$$I = 2,73173 \times 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$I = \frac{\pi(0,0334^4 - 0,0288^4)}{64}$$

2) Área da secção transversal

D = diâmetro externo da secção = 0,0334m

d = diâmetro interno da secção = 0,0288

A = 0,000225m²

$$A = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4}$$

$$A = \frac{\pi 0,0334^2}{4} - \frac{\pi 0,0288^2}{4}$$

3) Cálculo da carga crítica P_{cr}

E = 210 GPa -> E = 210 000 000 kN/m²

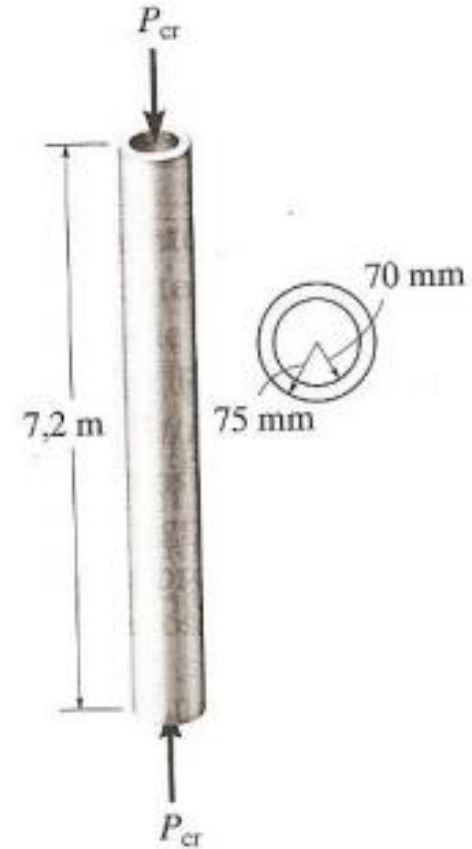
$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \qquad P_{cr} = \frac{\pi^2 \times 210000000 \times 2,73173 \times 10^{-8}}{5^2}$$

$$P_{cr} = 2,26 \text{ kN}$$

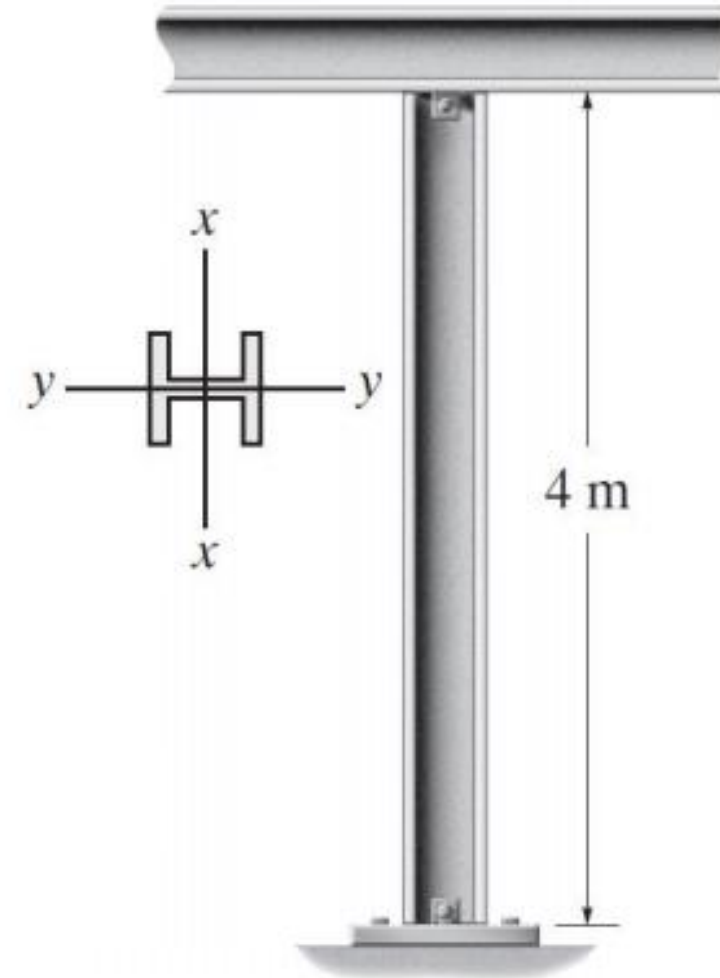
Exercício Proposto

Um tubo de aço A-36 com 7,2m de comprimento e a seção transversal mostrada ao lado deve ser usado como uma coluna presa por pinos na extremidade. Determine a carga axial admissível máxima que a coluna pode sofrer flambagem. $E=200 \text{ Gpa}$

Resposta: $P_{cr} = 228,2 \text{ kN}$



O elemento estrutural A-36 W200 X 46 de aço mostrado na figura ao lado deve ser usado como uma coluna acoplada por pinos. Determine a maior carga axial que ele pode suportar antes de começar a sofrer flambagem ou antes que o aço escoe.



$$A = 5890 \text{ mm}^2, I_x = 45,5 \times 10^6 \text{ mm}^4, I_y = 15,3 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_e = 250 \text{ MPa}, E = 200 \text{ GPa}$$

Ocorrerá flambagem em torno do eixo $y-y$ (*menor*):

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} = \frac{\pi^2 (200 \times 10^3 \text{ N/mm}^2) (15,3 \times 10^6 \text{ mm}^4)}{(4000 \text{ mm})^2} = 1887,6 \times 10^3 \text{ N} = 1887,6 \text{ kN}$$

Quando totalmente carregada, a tensão de compressão média na coluna é:

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{1887,6 \times 10^3 \text{ N}}{5890 \text{ mm}^2} = 320,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 320,5 \text{ MPa}$$

Visto que a tensão ultrapassa a tensão de escoamento,

$$250 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \frac{P}{5890 \text{ mm}^2} \therefore P = 1472,5 \times 10^3 \text{ N} = 1472,5 \text{ kN}$$

Resposta: $P = 1472,5 \text{ kN}$

COLUNAS COM VÁRIOS TIPOS DE APOIO

A fórmula de Euler foi deduzida para uma coluna com extremidades acopladas por pinos ou livres para girar.

Colunas podem ser apoiadas de outra maneira

L = comprimento efetivo da coluna.

K = fator de comprimento efetivo (coeficiente dimensional)

L = comprimento da coluna

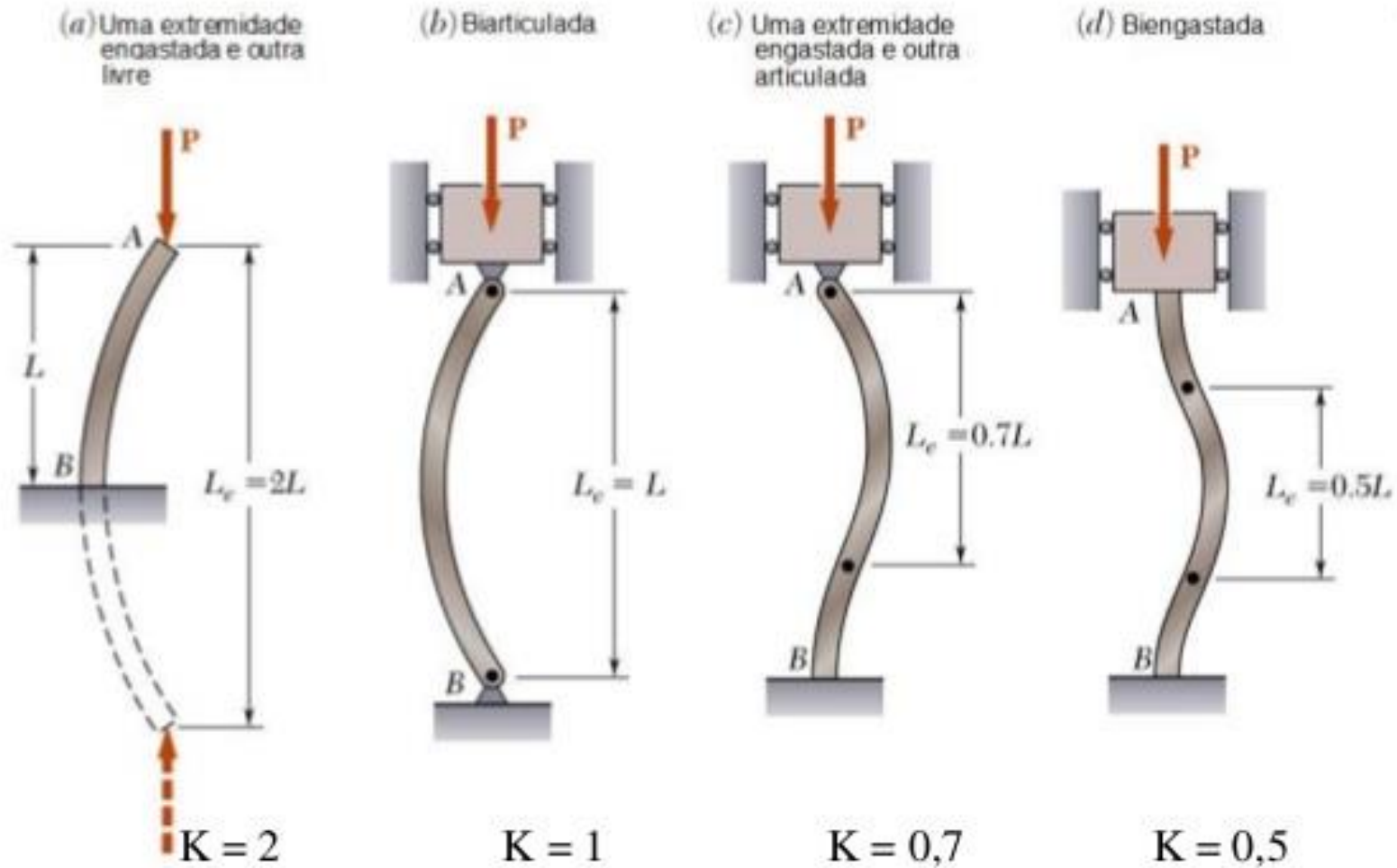
$\lambda = L_e/i$ = índice de esbeltez efetivo

$$L_e = k.L$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_e^2}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\left(L_e / i \right)^2}$$

COMPRIMENTO EFETIVO DE FLAMBAGEM



O elemento estrutural W200x100 é feito de aço A—36 e usado como uma coluna de 7,5m de comprimento. Podemos considerar que a base dessa coluna está engastada e que o topo está preso por um pino. Determine a maior força axial P que pode ser aplicada sem provocar flambagem. Considere:

$$E = 200\text{GPa}$$

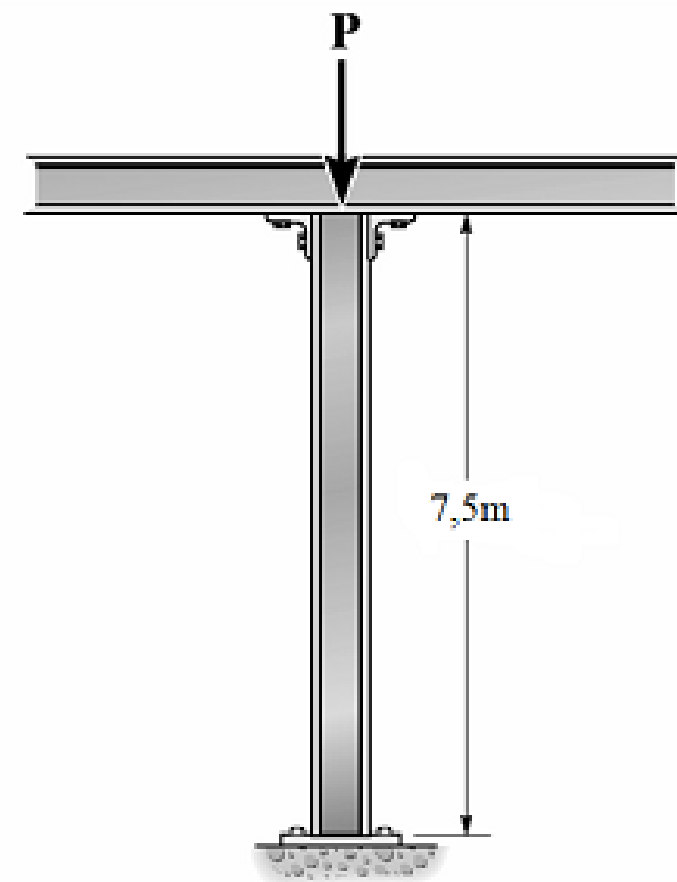
$$I_x = 113(10^6)\text{mm}^4$$

$$I_y = 36,6(10^6)\text{mm}^4$$

$$\sigma_e = 250\text{MPa}$$

$$A = 12700\text{mm}^2$$

Resposta: $P_{\text{crit}} = 2621,2\text{kN}$

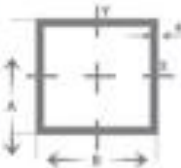
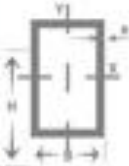


Propriedades dos Materiais Utilizados em Engenharia

Materiais		Densidade (mg/m³)	Módulo de elasticidade		Tensão de escoamento (MPa)			Tensão última (MPa)			Alongamento % em corpo de prova de 50mm	Coeficiente de Poisson	coeficiente de expansão termica x10-6
			E (GPa)	transversal G (GPa)	tração	compressão	cisalhamento	tração	compressão	cisalhamento			
Ligas de Alumínio Forjado	2014-T6	2,79	73,1	27	414	414	172	469	469	290	10	0,35	23
	6061-T6	2,71	68,9	26	255	255	131	290	290	186	12	0,35	24
Ligas de Ferro Fundido	cinza ASTM 20	7,19	67,0	27	-	-	-	179	669	-	0,6	0,28	12
	Maleável ASTM A-197	7,28	172	68	-	-	-	276	572	-	5	0,28	12
Ligas de Cobre	Latão vermelho C83400	8,74	101	37	70,0	70,0	-	241	241	-	35	0,35	18
	Bronze C86100	8,83	103	38	345	345	-	655	655	-	20	0,34	17
Ligas de Magnésio	Am 1004-T61	1,83	44,7	18	152	152	-	276	276	152	1	0,30	26
Ligas de Aço	Estrutural A-36	7,85	200	75	250	250	-	400	400	-	30	0,32	12
	Inoxidável 304	7,86	193	75	207	207	-	517	517	-	40	0,27	17
	Aço-ferramenta L2	8,16	200	75	703	703	-	800	800	-	22	0,32	12
Ligas de Titânio	Ti-6Al-4V	4,43	120	44	924	924	-	1000	1000	-	16	0,36	9,4

Materiais		Densidade (mg/m³)	Módulo de elasticidade		Tensão de escoamento (MPa)			Tensão última (MPa)			Alongamento % em corpo de prova de 50mm	Coeficiente de Poisson	coeficiente de expansão termica
			E (GPa)	transversal G (GPa)	tração	compressão	cisalhamento	tração	compressão	cisalhamento			
Concreto	Baixa resistência	2,38	22,1	-	-	-	12	-	-	-	-	0,15	11
	Alta resistência	2,38	29,0	-	-	-	38	-	-	-	-	0,15	11
Plástico Reforçado	Kevlar 49	1,45	131	-	-	-	-	717	483	20,3	2,8	0,34	-
	30% de vidro	1,45	72,4	-	-	-	-	90	131	-	-	0,34	-
Madeira Estrutural de Alta Qualidade	Abeto Douglas	0,47	13,1	-	-	-	-	2,1	26	6,2	-	0,29	-
	Abeto Branco	3,60	9,65	-	-	-	-	2,5	36	6,7	-	0,31	-

Fonte HIBBELER, R.C. Resistência dos materiais. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2004.

Tipo / Aplicação		Normas				Cálculo de peso por metro
		ABNT > Brasil	DIN > Alemanha	ASTM > U.S.A	BSI > Inglaterra	
Condução Preto ou Galvanizado > Água, gás, vapor, ar comprimido, fluidos não corrosivos	Classe Leve	NBR 559 SCH 10 NBR 5580 L	— —	A 53 SCH 10 L —	BS 1387 L —	 $D - e . e . 0,02466$ = peso teórico p/ mt
	Classe Média	NBR 5580 M NBR 5590 SCH 40 NBR 5885*	2440 — —	A 53 SCH 40 M — A 120*	BS 1387 M — —	
	Classe Pesada	NBR 5580 P NBR 5590	2441 —	A 53 SCH 80 —	— —	 $A . 1,27 - e . e . 0,02466$ = peso teórico p/ mt
	Alta pressão	NBR 6321	—	A 106	—	
Elrodutos > Proteção de fios e cabos elétricos		NBR 5597 NBR 559	— —	ANSI C.80.1 —	— —	
Estruturais > Estruturas, andaimes e cercas		NBR 8261 —	— —	A 500 —	BS 6363 BS 1139	 $\frac{A + B}{2} . 1,27 - e . e . 0,02466$ = peso teórico p/ mt
Mecânicos > Fins industriais, trefiladores, standard, especiais		NBR 6591	2394	A 513	—	
Precisão > Laminados ou trefilados, indústrias automobilísticas		NBR 5599	2393	A 513	—	
Troca Térmica > Caldeiras, condensadores e permutadores de calor		NBR 5585	2458/ 1615	A 214	—	* Estas normas estão canceladas em seus Institutos de origem, embora possam ser fabricadas sob consulta.
		NBR 5595	2458/ 1626	A 178	—	
		NBR 5596	2458/ 1628	A 226	—	
Petrolíferos (Pipelines)		API 5 L / API 5 CT				