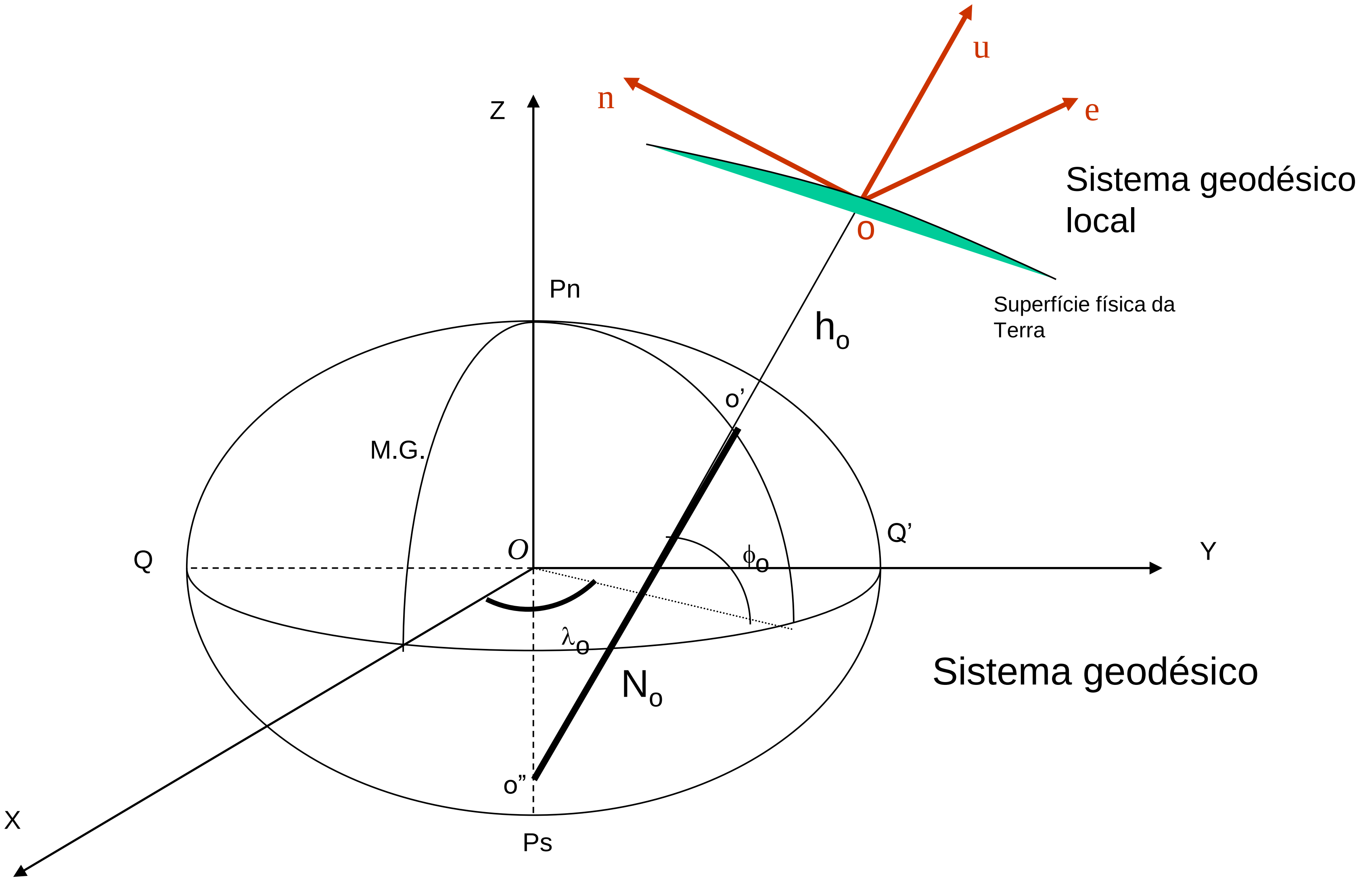
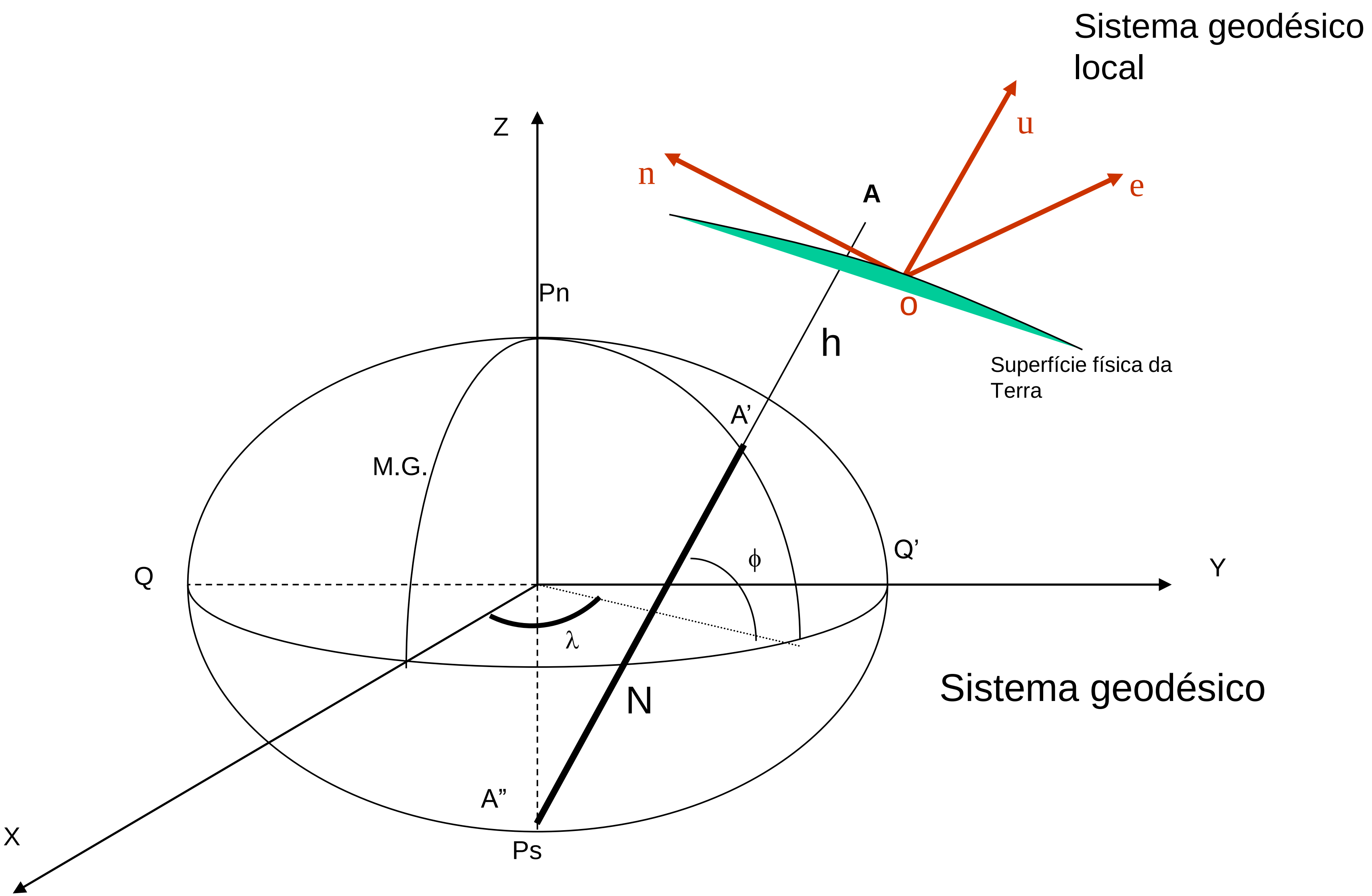
TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS GEODÉSICAS EM TOPOGRÁFICAS E VICE-VERSA

Prof. Dr. Carlos Aurélio Nadal

Transformação do Sistema Geodésico OXYZ para o Sistema Geodésico local o*une*





Sistema geodésico local
u
n
e
A
Z
Pn
o
h
Superfície física da Terra
A'
M.G.
Q'
ϕ
Q
Y
λ
Sistema geodésico
N
A"
X
Ps

Transformação de coordenadas geodésicas elipsoidais (ϕ_i,λ_i,h_i) dos vertices i em coordenadas geodésicas cartesianas tridimensionais geocêntricas (X_i,Y_i,Z_i)

$$X_i = (N_i+h_i)\cos\phi_i \cos\lambda_i$$
$$Y_i = (N_i+h_i)\cos\phi_i \,\mathrm{sen}\lambda_i$$
$$Z_i = [N_i(1 - e2) + h_i]\mathrm{sen}\phi_i$$

Busca-se uma relação entre as coordenadas geodésicas tridimensionais geocêntricas e as coordenadas geodésicas tridimensionais topocêntricas utilizadas na Topografia.

MODELO MATEMÁTICO DA TRANSFORMAÇÃO DO SISTEMA GEODÉSICO GEOCÊNTRICO EM SISTEMA GEODÉSICO TOPOCÊNTRICO:

$$\begin{pmatrix} e_i \\ n_i \\ u_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \operatorname{sen} \phi_0 & \cos \phi_0 \\ 0 & -\cos \phi_0 & \operatorname{sen} \phi_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\operatorname{sen} \lambda_0 & \cos \lambda_0 & 0 \\ -\cos \lambda_0 & -\operatorname{sen} \lambda_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_i - Xo \\ Y_i - Yo \\ Z_i - Zo \end{pmatrix}$$

e_i, n_i, u_i = são as coordenadas cartesianas locais dos vértices i;
X_i, Y_i, Z_i = são as coordenadas cartesianas geocêntricas dos vértices i;
$\varphi 0$, $\lambda 0$ = são a latitude e a longitude da origem do sistema;
X0, Y0, Z0 = são as coordenadas cartesianas ortogonais geodésicas geocêntricas da origem do sistema.

Manual Técnico de Posicionamento-Incra 1ª Edição – 2013

1) cálculo de área deverá ser efetuado com as coordenadas cartesianas locais referenciadas ao SGL. Deste modo, as coordenadas cartesianas geocêntricas determinadas para os vértices do limite devem ser convertidas para o SGL, usando-se a média das coordenadas da parcela em questão como origem do sistema.

2) Na determinação de coordenadas por geometria analítica, as coordenadas utilizadas como referência para os cálculos devem estar referenciadas ao SGL desta forma, caso tenham sido obtidas por posicionamento por GNSS as mesmas devem ser convertidas para coordenadas cartesianas locais, usando como origem a média das coordenadas dos vértices de referência

3) Em projetos de parcelamento/desmembramento, as coordenadas cartesianas geocêntricas deverão ser convertidas para cartesianas locais (as coordenadas de origem do SGL deverão ser a média das coordenadas geocêntricas), permitindo a elaboração do projeto com referência nessas coordenadas, definindo áreas de parcelas bem como a geração de vértices.

Concluído o projeto, todas as coordenadas cartesianas locais deverão ser convertidas para cartesianas geocêntricas, devendo utilizar como coordenada de origem a mesma usada no parágrafo anterior .

MODELO MATEMÁTICO DA TRANSFORMAÇÃO DO SISTEMA GEODÉSICO TOPOCÊNTRICO EM SISTEMA GEODÉSICO GEOCÊNTRICO:

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -sen\,\lambda_0 & -cos\,\lambda_0 & 0 \\ cos\,\lambda_0 & -sen\,\lambda_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & sen\,\phi_0 & -cos\,\phi_0 \\ 0 & cos\,\phi_0 & sen\,\phi_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_i \\ n_i \\ u_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Xo \\ Yo \\ Zo \end{pmatrix}$$

Para a topografia clássica utilizada no georreferenciamento de imóveis rurais

1) Determinar as coordenadas cartesianas geocêntricas dos vértices de apoio;
2) Converter as coordenadas cartesianas geocêntricas dos vértices de apoio para cartesianas locais, usando como origem do sistema, a média das coordenadas geocêntricas destes vértices;
3) De posse das observações topográficas (ângulos e distância), efetuar o cálculo (processamento e ajustamento) para determinação das coordenadas cartesianas locais dos vértices;
4) Converter as coordenadas cartesianas locais para geocêntricas.

SISTEMA TOPOGRÁFICO LOCAL

- **Plano Topográfico** : definido pelas tangentes, no ponto de origem do sistema topográfico, ao meridiano deste ponto e à geodésica normal a este meridiano (é tangente ao elipsóide de referência no ponto de origem do sistema topográfico);

geodésica: linha jacente numa superfície tal que em todos os seus pontos a sua normal principal coincida com a normal à superfície; no elipsóide é uma linha reversa e representa o menor caminho entre 2 pontos;

SISTEMA TOPOGRÁFICO LOCAL(STL)

- **Plano Topográfico Local** : elevado ao nível médio do terreno da área de abrangência do STL, segundo a normal à superfície de referência no ponto de origem do sistema;

- $$c = (R_m + h_t) / R_m$$

c: fator de elevação;
h_t: altitude média do terreno em metros;
R_m: raio médio terrestre;
M: raio de curvatura da seção meridiana;
N : raio de curvatura da seção 1º vertical;

TEOREMA DE GAUSS

- "Para que um elemento de uma superfície considerada perfeitamente flexível e indeformável possa ser aplicado sobre um elemento de outra superfície sem sofrer rompimento, nem dobras é necessário e suficiente que nos centros dos elementos considerados a curvatura média de ambas as superfícies seja a mesma."

– Então:

– Na passagem de elipsóide a esfera, as linhas geodésicas passam a ser círculos máximos;

– É possível transformar um elemento da superfície do elipsóide em um elemento da esfera cujo raio será

$$r = \sqrt{MN};$$

- na triangulação, triângulos elipsóidicos são resolvidos como esféricos, conservando-se os comprimentos dos lados e os valores dos ângulos;

- Helmert no livro “Höheren Geodasie”, calculou as diferenças entre ângulos do triângulo elipsóidico e esférico e obteve:
  - K=127 km $\rightarrow$ $\Delta A = 0{,}0005''$
  - K=312 km $\rightarrow$ $\Delta A = 0{,}008''$
  - K=638 km $\rightarrow$ $\Delta A = 0{,}062''$

SISTEMA TOPOGRÁFICO LOCAL

- Sistema de coordenadas retangulares $\rightarrow$ origem do STL;
- Origem: ponto de coordenadas geodésicas conhecidas, posicionado tal que nenhuma coordenada, sem seu termo constante, tenha valor maior que 50 km;
- Eixos x e y : no plano do horizonte, tangente ao elipsóide de referência;
- Eixo y $\equiv$ meridiana, eixo x $\equiv$ a linha leste-oeste;

SISTEMA TOPOGRÁFICO LOCAL

- a fim de se evitar coordenadas negativas, são adicionadas as constantes (150.000 m) à X_i e (250.000) à Y_i ;

- Área de abrangência do sistema $\rightarrow$ reduzida para desníveis superiores a 150 m;

- marcos geodésicos de apoio imediato devem apoiar-se em marcos do IBGE, próximos à área, numa densidade aproximada de 1 para cada 3 km^2 nas áreas urbanizadas, e nas áreas rurais 1 para cada 16 km^2 a 50 km^2 ;

SISTEMA TOPOGRÁFICO LOCAL

- Coordenadas plano-retangulares (X,Y) dos marcos geodésicos de apoio imediato no STL são obtidas a partir de suas coordenadas geodésicas (ϕ_1 , λ_1) e das coordenadas da origem do sistema (ϕ_0 , λ_0), através da solução do problema inverso do transporte de coordenadas geodésicas;

Problema direto
- dados (ϕ_0 , λ_0), $d_{0\,1}$, $A_{0\,1}$
- calcula-se (ϕ_1, λ_1)

Problema inverso
- dados (ϕ_0 , λ_0) e (ϕ_1 , λ_1)
- calcula-se ($d_{0\,1}$, $A_{0\,1}$)

SISTEMA TOPOGRÁFICO LOCAL

- Orientação da planta → Norte da quadrícula;
- Eixo Y → orientado para o Norte geográfico;
- Convergência meridiana → nula para pontos no meridiano da origem do sistema ;
- No memorial descritivo dos limites de uma propriedade, para fins de registro público
  - rumos referidos ao Norte geográfico;
  - calcular a convergência meridiana para transformação dos azimutes planos dos lados poligonais em azimutes geográficos;

CONVERGÊNCIA MERIDIANA NO SISTEMA UTM

- Ângulo entre a linha norte-sul verdadeira e a linha norte-sul do canevá;

- Canevá (reticulado) → auxilia na leitura (interpolação) das coordenadas UTM.

- No reticulado do sistema de coordenadas UTM
  - linhas verticais: ordenadas N ;
  - linhas horizontais: abcissas E ;
  - linhas que representam os meridianos, não são paralelas às retas das ordenadas N → meridianos convergem para os pólos.

FÓRMULAS PARA CÁLCULO DA CONVERGÊNCIA MERIDIANA

- M.C. = 183 – 6 × fuso
- $\gamma = (XII)\, p + (XIII)\, p^{3} + (C'5)\, p^{5}$
- $p = 0{,}0001\, (\Delta\lambda'')$
- $\Delta\lambda'' = \lambda - \lambda$
- $XII = \operatorname{sen}\phi \times 10^{4}$
- $XIII = [(\operatorname{sen}^{2} 1'' \operatorname{sen}\phi \cos^{2}\phi) / 3] \times (1 + 3 e'^{2} \cos^{2}\phi + 2 e'^{2} \cos^{4}\phi)\, 10^{12}$
- $e'^{2} = (a^{2} - b^{2}) / b^{2}$
- $C'5 = [(\operatorname{sen}^{4} 1'' \operatorname{sen}\phi \cos^{4}\phi) / 15] \times (2 - \operatorname{tg}^{2}\phi)\, 10^{20}$

FÓRMULAS PARA CÁLCULO DA CONVERGÊNCIA MERIDIANA

$$\gamma = \Delta\lambda'' \operatorname{sen} \phi$$

Anexo B

$$\gamma = -\left[\Delta\lambda'' \operatorname{sen} \phi_m \sec(\Delta \phi / 2) + F (\Delta\lambda'')^3 \right]$$

$$\Delta \phi = \phi_p - \phi_0$$

$$F = (\operatorname{sen} \phi_m \cos \phi_m \operatorname{sen}^2 1'') / 12$$

Anexo C

$$\gamma''_p = (x/c)\, 3{,}2380 \times 10^{-2} \tan\phi_0 + (y/c)\, 8{,}9946 \times 10^{-6}$$

(No H.S. $\rightarrow \gamma$ negativa $\rightarrow$ pontos a leste do meridiano origem)

REDUÇÕES INTRODUZIDAS NAS DISTÂNCIAS:

Distâncias medidas diretamente em Topografia com estação total:

1) Correções metereológicas (temperatura, pressão, umidade do ar) – correção a velocidade das ondas eletromagnéticas (medidas no ambiente e considerada no vacuo)
2) Correção ao horizonte – transformação da distância inclinada a horizontal.
3) Redução ao solo – projetar a distância medida ao solo
4) Redução ao geóide – projetar a distância medida no geóide
5) Redução ao elipsóide – transformar a distância Horizontal em Distância Geodésica
6) Redução a projeção cartográfica – transformar a distânica elipsoidal em Distância Plana UTM

Correções a serem aplicadas às distâncias

1. **Correção meteorológica** :

- MED distância medida f(velocidade de propagação da onda na atmosfera);

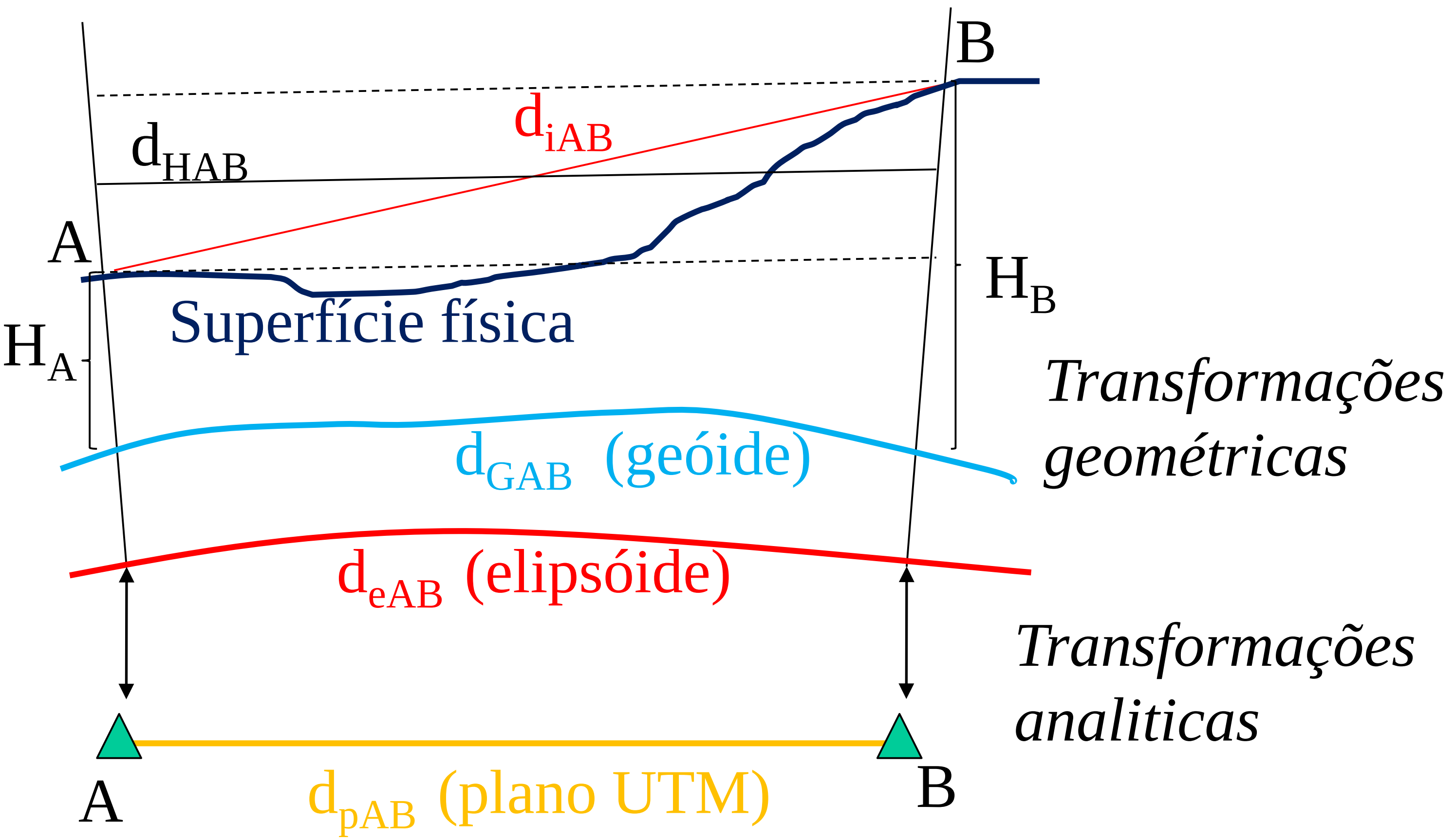
- MED calibrados para p=760 mmHg e t= 12°C;

- Fórmula de Barrel & Sears:

$$\Delta s = 281{,}5 - (0{,}29035p) / (1+00366t) + (11{,}27h) / \{100(27316 + t)\}\ 10^{x}$$

$$x = [\,7{,}5\ t / (237{,}3 + t)] + 0{,}7857$$

Reduções introduzidas em distâncias



Correções a serem aplicadas às distâncias

2. **Horizontalização das distâncias medidas**:

$$D_H = D_i \ \text{sen}\ Z$$

3. **Redução da distância zenital ao solo**:

$$r'' = \{(i - s)\ \text{sen}\ Z\} / D_H\ \text{sen}\ 1''$$

$$\text{sen}1'' = 0{,}000004848 1$$

Correções a serem aplicadas às distâncias

4. **Redução ao horizonte** (desprezível para lados até 10km e desnível de 2km)

3.1 distâncias curtas (de 5 a 6 km)

$$C = \Delta h^2 / 2D + \Delta h^4 / 24D^3$$

3.2 distâncias acima de 6 km

$$C = \Delta h^2 / 2D + \Delta h^4 / 8D^3$$

Correções a serem aplicadas às distâncias

5. **Redução ao nível do mar**:

$$D_g = D\,R / (R + h_m)$$

6. **Passagem da corda ao arco**:

$$D_e = D_g^3 / 24\,R^2$$

7. **Aplicação do fator de escala k:**

$$D_p = k\,D_e$$

Fator de escala UTM

ko = 0,9996 (fator de escala no meridiano central do fuso UTM
λ_0 *= longitude do meridiano central do fuso utm*
ϕ_m *= latitude média do segmento*
λ_m *= longitude média do segmento*

$$k = ko / \{1 - [\cos \phi_m \,.\, sen(\lambda_m - \lambda_o)]^2\}^{1/2}$$

REDUÇÃO DA DISTÂNCIAS TOPOGRÁFICAS PARA DIFERENTES ALTITUDES (ΔS)

$$\Delta S = S' - S = \frac{S' \times \Delta H}{R_M + H + \Delta H}$$

S' = distância na altitude H + ΔH em m.

S = distância na altitude H em m.

ΔH = diferença de altitudes em m.

R_M = Raio médio de curvatura.

Correções a serem introduzidas nos ângulos

1. **Correção devido ao desvio da vertical:**

   azimute astronômico ≠ azimute geodésico;

Correções a serem introduzidas nos ângulos

2. Correção para passar da seção normal à linha geodésica :

$\delta'' = \{ e^2 s^2 / (12 N^2 \text{sen} 1'')\} \{ \cos^2 \phi \text{ sen} 2A – 0{,}5 (s / N) \text{ sen } 2 \phi \text{ sen} A\}$

s = 50 km

1 º termo = 0”,014 2 º termo = 0”,00003

s = 100km

1 º termo = 0”,056 2 º termo = 0”,00022

Correções a serem introduzidas nos ângulos

3. Correção da altura do ponto observado:

$$\delta'' = \{ e^2 h / (2N \operatorname{sen} 1'') \} \cos^2 \phi \operatorname{sen} 2A + \{ e^2 h s / (4N^2 \operatorname{sen} 1'') \} \operatorname{sen}^2 \phi \operatorname{sen} A$$

1 º termo (independente de s):

- 500 m $\delta'' = 0'',053$
- 1000m $\delta'' = 0'',107$

2 º termo:

- h = 2000 m e s = 100 km → $\delta'' = 0'',00168$
- h = 2000 m e s = 600 km → $\delta'' = 0'',01008$

NBR 14166 Fórmulas de transformação de coordenadas geodésicas em plano-retangulares no sistema topográfico local

$$X_p = 150.000 + x_p$$

$$Y_p = 250.000 + y_p$$

$$x_p = - \Delta\lambda_1 \cos\phi_p N'_p \text{ arc } 1'' \times c$$

$$y_p = 1/B \{ \Delta\phi_1 + Cx_p^2 + D(\Delta\phi_1)^2 + E(\Delta\phi_1)x_p^2 + E\, Cx_p^4 \} \times c$$

$$\Delta\lambda'' = \lambda_p - \lambda_o$$

$$\Delta\phi'' = \phi_p - \phi_o$$

$$\Delta\lambda_1 = \Delta\lambda''[1 – 3{,}9173 \times 10^{-12} (\Delta\lambda'')^2]$$

$$\Delta\phi_1 = \Delta\phi''[1 – 3{,}9173 \times 10^{-12} (\Delta\phi'')^2]$$

Fórmulas de transformação de coordenadas geodésicas em plano-retangulares no sistema topográfico local

$B = 1/(M_0 \text{ arc}1'')$

$C = \tan\phi_0 / (2\, M_0\, N_0 \text{ arc } 1'')$

$D = (3\, e^2 \operatorname{sen}\phi_0 \cos\phi_0 \text{ arc } 1'') / [2\,(1 - e^2 \operatorname{sen}^2\phi_0)]$

$E = (1 + 3 \tan \phi_0) / (6N_0^2)$

$c = (R_0 + h_t) / R_0$

Arc 1” = sen1” = 0,0000048481

Fórmulas de transformação de coordenadas geodésicas em plano-retangulares no sistema topográfico local

$$R_0 = (M_0 \; N_0)^{½}$$

$$M_0 = a(1-e^2) / (1 - e^2 sen^2 \phi_0)^{3/2}$$

$$N_0 = a/ (1 - e^2 \; sen^2 \phi_0)^{1/2}$$

$$N_p = a/ (1 - e^2 \; sen^2 \phi_p)^{1/2}$$

$$e^2 = (a^2 – b^2) / a^2 = \{f \, (2-f)\}^{1/2}$$

onde:

- M_0 é o raio de curvatura da seção meridiana do elipsóide de referência em P_0 (origem do sistema);
- N_0 é o raio de curvatura da seção normal ao plano meridiano do elipsóide de referência em P_0 ;
- N_p é o raio de curvatura da seção normal ao plano meridiano do elipsóide de referência em P_1;
- c é o fator de elevação;

- a é o semi-eixo maior do elipsóide de referência;
- b é o semi-eixo menor do elipsóide de referência;
- e^2 é a primeira excentricidade do elipsóide de referência;
- f é o achatamento do elipsóide de referência;
- h é a altitude ortométrica média do terreno ou altitude do plano topográfico local;

Exemplo de cálculo de transformação de coordenadas geodésicas em plano-retangulares no sistema topográfico local e convergência meridiana

- Dados:

P = ponto de origem do Sistema Local (adotado)
ϕ_0 = 22° 02’ 00’’ S
λ_0 = 47° 54’ 00” W
altitude média de referência h_t = 800m

ponto P = Pilar1
ϕ_1 = 21° 58’ 55”,91048 S
λ_1 = 47° 52’ 46”,03420 W

SAD-69 a= 6378160,000 m, b= 6356774,719 m, e^2 = 0,00669454

1)Aplicando-se as fórmulas obtém-se X_1 :

M_0 = 6.344.425,163 m
N_0 = 6.381.166,723 m
R_0 = 6.362.769,422 m
c = 1,0001256
N_p = 6381153,465 m
$\Delta\lambda''$= - 73",96580
$\Delta\lambda_1$ = - 73",965798
x_1 = 2122,1690 m

X_1 = 152.122,1690 m

2) Aplicando-se as fórmulas obtém-se Y_1:

$\Delta\phi'' = - 184'', 089\ 52$

$\Delta\phi_1 = - 184'', 089\ 50$

$B = 0, 032\ 511\ 189$

$C = -1, 030\ 954\ 0 \times 10^{-9}$

$D = -1, 694\ 572\ 5 \times 10^{-8}$

$E = 9, 062\ 492\ 0 \times 10^{-15}$

$y_1 = 5\ 662, 894\ 3$ m

$Y_1 = 255\ 662, 894\ 3$ m

-50 km ≈ 26’ 56”,96

ϕ = 0°	γ = 0
ϕ = - 10°	γ = - 4’ 40”,78
ϕ = - 20°	γ = - 9’ 13”,03
ϕ = - 30°	γ = - 13’ 28”,48
ϕ = - 40°	γ = - 17’ 19”,36
ϕ = - 50°	γ = - 20’ 38”,66
ϕ = - 60°	γ = - 23’ 20”,33
ϕ = - 70°	γ = - 25’ 19”,45
ϕ = - 80°	γ = - 26’ 32”,40
ϕ = - 90°	γ = - 26’ 56”,96

EXERCICIO

Deseja-se implantar um sistema topográfico local em Chapecó-SC segundo as prescrições da NBR 14166. Adotou-se como ponto origem do sistema de coordenadas o marco situado na estação da rede brasileira de monitoramento continuo Estação Chapecó, cujas coordenadas são fornecidas pelo IBGE.

Deseja-se calcular as coordenadas topográficas neste sistema do ponto cujas coordenadas são:

Ponto ϕ_1 = 27° 17' 15,3305 S

λ_1 = 52° 22' 33,4455 W

Os parâmetros do sistema SIRGAS são:

Elipsóide do Sistema Geodésico de Referência de 1980 (Geodetic Reference System 1980 – GRS80)

Semi-eixo maior a = 6.378.137 m

Achatamento f = 1/298,257222101

3.Coordenadas oficiais

3.1) SIRGAS2000 (Época 2000,4)

Coordenadas Geodésicas			
Latitude:	27º 08' 15,2367" S	Sigma:	0,001 m
Longitude:	52º 35' 58,2243" W	Sigma:	0,001 m
Alt.Elip.:	744,24 m	Sigma:	0,006 m
Alt.Orto.:	738,78 m	Fonte:	GPS/ MAPGEO2004
Coordenadas Cartesianas			
X	3.450.305,441 m	Sigma:	0,003 m
Y	-4.512.731,664 m	Sigma:	0,004 m
Z	-2.892.128,265 m	Sigma:	0,003 m
Coordenadas Planas (UTM)			
UTM (N):	6.997.318,540 m		
UTM (E):	341.486,093 m		
MC:	- 51º		

Solução:

1) Calculo do raio de curvatura do primeiro vertical na origem

$N_0 = a/ (1 - e^2 \, sen^2\phi_0)^{1/2}$

$e^2 = 2xf - f^2 = 2x\ 1/298{,}257222101 – (1/298{,}257222101)^2$

$e^2 = 0{,}00669438$

$(1 - e^2 \, sen^2\phi_0) = \quad 0{,}998607213$

$N_0 = 6382583{,}339$ m

2) Cálculo do raio de curvatura da seção meridiana na origem

$M_0 = a(1-e^2) / (1 - e^2 sen^2\phi_0)^{3/2}$

$M_0 = 6348698{,}285m$

3) Cálculo do raio médio de curvatura na origem

$R_0 = (M_0 \, N_0)^{½}$

$R_0 = 6365618{,}265m$

4) Coordenadas topográficas da origem

$X_0 = 150000{,}000\text{m}$

$Y_0 = 250000{,}000\text{m}$

5) Cálculo do fator de elevação

$c = (R_o + h_t) / R_o$

adotando-se altitude media do terreno $h_t = 738{,}78\text{m}$

$c = 1{,}000116058$

5) Raio de curvatura da seção primeiro vertical no ponto 1

$N_p = a / (1 - e^2 \text{sen}^2\phi_p)^{1/2}$

$N_p = 6382628{,}901\text{m}$

6) Cálculo da diferença de latitude entre o ponto 1 e a origem

$\Delta\phi'' = \phi_p - \phi_o$

$\Delta\phi'' = -27° 17' 15{,}3305 + 27° 08' 15{,}2367$

$\Delta\phi'' = -540{,}0938''$

7) Cálculo da diferença de longitude entre o ponto 1 e a origem

$\Delta\lambda'' = \lambda_p - \lambda_o$

$\Delta\lambda'' = -804{,}779$

8) Calculo da coordenada x_p do ponto 1

$x_p = -\Delta\lambda_1 \cos\phi_1 N'_p \text{ arc } 1'' \times c$

$x_p = 22134{,}01765\ m$

9) Calculo da coordenada X_p *do ponto 1*

$X_p = x_p + 150000{,}000m$

$\mathbf{X_p = 172134{,}0177\ m}$

10) Calculo de parâmetros auxiliares

$\Delta\lambda_1 = \Delta\lambda''[\ 1 - 3{,}9173 \times 10^{-12}\ (\Delta\lambda'')^2\ ]$

$\Delta\phi_1 = \Delta\phi''[\ 1 - 3{,}9173 \times 10^{-12}\ (\Delta\phi'')^2\ ]$

$\Delta\lambda_1 = -804{,}777''$

$\Delta\phi_1 = -540{,}093$

$arc\ 1'' = sen1'' = 0,0000048481$

$B = 1/(M_0\ arc1'')$

$B = 0,032489553$

$C = \tan\phi_0 / (2\ M_0\ N_0\ arc\ 1'')$

$C = -1,30454E-09$

$D = (3\ e^2\ sen\phi_0 \cos\phi_0\ arc\ 1'') / [\,2\ (1 - e^2\ sen^2\phi_0)]$

$D = -1,97885E-08$

$E = (1 + 3\ \tan\ \phi_0) / (6N_0{}^2)$

$E = -2,1997E-15$

11) Coordenada y_p do ponto 1

$$y_p = 1/B \{ \Delta\phi_1 + C x_p^2 + D(\Delta\phi_1)^2 + E(\Delta\phi_1) x_p^2 + E\, C x_p^4 \} \times c$$

$$y_p = -16645{,}35777\ m$$

12) Calculo da coordenada Y_p do ponto 1

$$Y_p = y_p + 250000{,}000 m$$

$$\boldsymbol{Y_p = 233354{,}6422\ m}$$

Calcular as coordenadas geodésicas topocêntricas do ponto dado no exercício anterior ponto 1

ϕ_1 = 27° 17' 15,3305 S

λ_1 = 52° 22' 33,4455 W

h_1 = 746,56m (altitude geométrica)

Utilizando como ponto origem o vértice Chapecó da RBMC, utilizando as fórmulas matriciais fornecidas.

$$\begin{pmatrix} e \\ n \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \text{sen}\,\phi_0 & \cos\phi_0 \\ 0 & -\cos\phi_0 & \text{sen}\,\phi_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\text{sen}\,\lambda_0 & \cos\lambda_0 & 0 \\ -\cos\lambda_0 & -\text{sen}\,\lambda_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X - Xo \\ Y - Yo \\ Z - Zo \end{pmatrix}$$

O sistema geodésico utilizado é o SIRGAS2000

3.Coordenadas oficiais

3.1) SIRGAS2000 (Época 2000,4)

Coordenadas Geodésicas			
Latitude:	27° 08' 15,2367" S	Sigma:	0,001 m
Longitude:	52° 35' 58,2243" W	Sigma:	0,001 m
Alt.Elip.:	744,24 m	Sigma:	0,006 m
Alt.Orto.:	738,78 m	Fonte:	GPS/ MAPGEO2004
Coordenadas Cartesianas			
X	3.450.305,441 m	Sigma:	0,003 m
Y	-4.512.731,664 m	Sigma:	0,004 m
Z	-2.892.128,265 m	Sigma:	0,003 m
Coordenadas Planas (UTM)			
UTM (N):	6.997.318,540 m		
UTM (E):	341.486,093 m		
MC:	- 51°		

1) Coordenadas geodésicas cartesianas ortogonais tridimensionais

$X = 3463246{,}221\ m$ $\qquad$ $X_0 = 3450305{,}441\ m$

$Y = -4493215{,}256\ m$ $\qquad$ $Y_0 = -4512731{,}664\ m$

$Z = -2906914{,}974\ m$ $\qquad$ $Z_0 = -2892128{,}265\ m$

2) Coordenadas geodésicas topocêntricas

$e = 22134{,}206$ $\qquad$ $\mathbf{e_p = 172134{,}206}\ \boldsymbol{m}$

$n = -16645{,}550$ $\qquad$ $\mathbf{n_p = 233354{,}450}\ \boldsymbol{m}$

$z = -57{,}874$ $\qquad$ $\mathbf{u_p = -57{,}874}\ \boldsymbol{m}$